

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра вищої математики та фізики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ

Освітня програма: інженерно-технічні спеціальності

Спеціальність: інженерно-технічні

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № __ від _____ 2020 р.

м. Кропивницький - 2020

ЗМІСТ

1. Загальна інформація.
2. Анотація до дисципліни.
3. Мета і завдання дисципліни (формування загальних фахових компетенцій).
4. Формат дисципліни.
5. Програмні результати навчання.
6. Обсяг дисципліни.
7. Ознаки дисципліни.
8. Пререквізити.
9. Технічне й програмне забезпечення /обладнання.
10. Політика курсу.
11. Навчально-методична карта дисципліни.
12. Система оцінювання та вимоги.
13. Рекомендована література.

1 Загальна інформація

Назва дисципліни	ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ
Викладач	Якименко Сергій Миколайович, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактний телефон	(0522)390-564
E-mail:	vmyasm@i.ua
Консультації	<i>Очні консультації</i> за попередньою домовленістю Вівторок з 14.00 до 15.00

2 Анотація до дисципліни

При описі багатьох фізичних явищ, як правило, вводиться та чи інша система координат. Це дає можливість представити відповідні фізичні об'єкти у вигляді чисел, а фізичні закони звести до рівностей, які зв'язують ці числа або системи чисел. І якщо скалярні величини (температура, густина, маса) представляються в будь-якій системі координат одним і тим же числом, то векторні величини (швидкість, прискорення, сила) представляються трьома числами – координатами вектора, які змінюються при переході до нових координат по деякому закону. Таким чином, ця картина розглянутих нами векторів (а надалі і більш складних математичних об'єктів – тензорів, які описують деформований і напружений стан суцільного середовища) накладається взагалі кажучи, випадковий вибір системи координат.

Тензорний аналіз розглядає методи побудови інваріантних виразів, які не залежать від вибору координатної системи. Задачу побудови таких інваріантних виразів тензорний аналіз розв'язує двома способами. Перш за все в тензорному аналізі розглядаються дії над тензорами без введення допоміжних координатних систем. Разом з тим, необхідно добре володіти правилами перетворення компонентів вектора або тензора при переході до нової системи координат.

Всі тензорні величини, незалежно від їх фізичної природи, підкоряються визначеним математичним операціям, які складають зміст тензорного аналізу.

3 Мета і завдання дисципліни

Метою вивчення навчальної дисципліни є засвоєння математичних формулювань законів фізики, які не залежать від таких сторонніх обставин, як частинний вибір координатної системи, тобто виділення, так званих інваріантів – величин, які зберігають незмінне значення при переході до нової системи координат.

Завдання вивчення дисципліни є формування компетентностей (ЗК– загальних, ФК – фахових):

- ЗК-2. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.
- ЗК-6. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
- ЗК-12. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

4 Формат дисципліни

Для денної форми навчання:

Викладання курсу передбачає для засвоєння дисципліни традиційні лекційні заняття із застосуванням електронних презентацій, поєднуючи із практичними роботами.

Формат очний (offline / Face to face)

Для заочної форми навчання:

Під час сесії формат очний (offline / Face to face), у міжсесійний період – дистанційний (online).

5 Результати навчання

При вивченні дисципліни студент повинен набути наступні результати (програмні результати навчання (РН)):

- РН-3. Давати відповіді, пояснювати, розуміти пояснення, дискутувати, звітувати державною мовою на достатньому для професійної діяльності рівні.
- РН-4. Давати відповіді, пояснювати, розуміти пояснення, дискутувати, звітувати іноземною мовою на достатньому для професійної діяльності рівні.

Набути соціальних навичок (soft-skills):

- здійснювати професійну комунікацію, ефективно пояснювати і презентувати матеріал, взаємодіяти в проектній діяльності;
- небайдуже ставлення до участі у громадських суспільних заходах, спрямованих на підтримку здорового способу життя оточуючих.

6 Обсяг дисципліни

Вид заняття	Кількість годин
лекції	14
практичні	14
самостійна робота	62
Всього	90

7 Ознаки дисципліни

Рік викладання	Курс (рік навчання)	Семестр	Спеціальність	Кількість кредитів / годин	Кількість змістових модулів	Вид підсумкового контролю	Нормативна / вибіркова
2020	3	6		3/90	2	Екзамен	Вибіркова

8 Пререквізити

Ефективність засвоєння змісту дисципліни "Тензорний аналіз" значно підвищиться, якщо студент попередньо опанував матеріал таких дисциплін як: Вища математика; Фізика; Теорія ймовірностей та математична статистика.

9 Технічне й програмне забезпечення /обладнання

У період сесії бажано мати мобільний пристрій (телефон) для оперативної комунікації з адміністрацією та викладачами з приводу проведення занять та консультацій. У міжсесійний період комп'ютерну техніку (з виходом у глобальну мережу) та оргтехніку для комунікації з адміністрацією, викладачами та підготовки (друку) рефератів і самостійних робіт.

10 Політика дисципліни

Академічна доброчесність:

Очікується, що студенти будуть дотримуватися принципів академічної доброчесності, усвідомлювати наслідки її порушення.

Відвідування занять:

Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають лекції і практичні

заняття курсу. Пропущені заняття повинні бути відпрацьовані не пізніше, ніж за тиждень до залікової сесії.

Поведінка на заняттях:

Недопустимість: запізнь на заняття, списування та плагіат, несвоєчасне виконання поставленого завдання.

При організації освітнього процесу в Центральнoукраїнському національному технічному університеті студенти, викладачі та адміністрація діють відповідно до: Положення про організацію освітнього процесу; Положення про організацію вивчення навчальних дисциплін вільного вибору; Положення про рубіжний контроль успішності і сесійну атестацію студентів ЦНТУ; Кодексу академічної доброчесності ЦНТУ.

11 Навчально-методична карта дисципліни

Тиждень, дата, години	Тема, основні питання (розкривають зміст і є орієнтирами для підготовки до модульного і підсумкового контролю)	Форма діяльності (заняття) /формат	Матеріали	Література, інформаційні ресурси	Завдання, години	Вага оцінки	Термін виконання
Змістовний модуль 1. Теоретичні основи математичного моделювання та математичний інструментарій процесу моделювання							
Тиж. 1	Тема 1. Основні відомості з векторної алгебри. Означення вектора. Лінійні операції над векторами. Розклад вектора по базису. Лінійно залежні і лінійно незалежні системи векторів. Скалярний, векторний і мішаний добуток векторів, їх геометричний зміст.	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 5-20 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 2 тижня
Тиж. 2	Тема 1. Основні відомості з векторної алгебри. Означення вектора. Лінійні операції над векторами. Розклад вектора по базису. Лінійно залежні і лінійно незалежні системи векторів. Скалярний, векторний і мішаний добуток векторів,	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 32-44 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 3 тижня

	їх геометричний зміст.						
Тиж. 3	Тема 2.Перетворення координат. Означення тензора. Скорочені позначення. Індекс сумування. Перетворення координат. Таблиця напрямних косинусів. Означення тензора 1-го рангу (нове означення вектора). Означення тензора 2-го і n -го рангів.	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 45-60 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 4 тижня
Тиж. 4	Тема 2.Перетворення координат. Означення тензора. Скорочені позначення. Індекс сумування. Перетворення координат. Таблиця напрямних косинусів.	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 73-80 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 5 тижня
Тиж. 5	Тема 3. Дії над тензорами. Додавання (віднімання) тензорів. Добуток тензора на число. Скалярний добуток двох тензорів. Лівий і правий добуток вектора на тензор 2-го рангу.	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 82-87 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 6 тижня
Тиж. 6	Тема 3. Дії над тензорами. Додавання (віднімання) тензорів. Добуток тензора на число. Скалярний добуток двох тензорів. Лівий і	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 108-111 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 7 тижня

	правий добуток вектора на тензор 2-го рангу.						
Тиж. 7	Тема 4. Симетричні і антисиметричні тензори. Девіатор і кульовий тензор. Означення симетричного і антисиметричного тензора. Перестановка індексів, симетрування і альтернування. Розклад тензора на симетричну і антисиметричну частини. Означення девіатора і кульового тензора. Розклад тензора на девіатор і кульовий тензор.	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 84-96 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 8 тижня
Тиж. 8	Тема 4. Симетричні і антисиметричні тензори. Девіатор і кульовий тензор. Означення симетричного і антисиметричного тензора. Перестановка індексів, симетрування і альтернування. Розклад тензора на симетричну і антисиметричну частини. Означення	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 108-111 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 9 тижня

	девіатора і кульового тензора. Розклад тензора на девіатор і кульовий тензор.						
Тиж. 9	Тема 5. Головні напрямки і власні значення тензора. Характеристичне рівняння. Означення. Способи знаходження головних напрямків і власних значень тензора. Характеристичне рівняння.	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 88-96 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 10 тижня
Тиж. 10	Тема 5. Головні напрямки і власні значення тензора. Характеристичне рівняння. Означення. Способи знаходження головних напрямків і власних значень тензора. Характеристичне рівняння.	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 108-111 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 11 тижня
Тиж. 11	Тема 6. Тензорний еліпсоїд. Інваріанти тензора і девіатора. Означення тензорної	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 97-102 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 12 тижня

	поверхні. Канонічні рівняння тензорних поверхонь. Тензорний еліпсоїд. Означення інваріантної величини. Інваріант вектора. Лінійний, квадратичний і кубічний інваріанти тензора 2-го рангу. Інваріанти девіатора.						
Тиж. 12	Тема 6. Тензорний еліпсоїд. Інваріанти тензора і девіатора. Означення тензорної поверхні. Канонічні рівняння тензорних поверхонь. Тензорний еліпсоїд. Означення інваріантної величини. Інваріант вектора. Лінійний, квадратичний і кубічний інваріанти тензора 2-го рангу. Інваріанти девіатора.	Практичне заняття / <i>Face to face</i>	Методичні рекомендації	стор. 108-111, 190-201 [4]	Виконати домашні завдання.	3 бали	Самостійна робота до 13 тижня
Тиж. 13	Тема 7. Тензорні поля. Дивергенція тензорного поля. Тензор напружень і деформацій. Стаціонарні і нестаціонарні, однорідні і неоднорідні тензорні поля. Дивергенція тензорного	Лекція / <i>Face to face</i>	Конспект лекцій	стор. 112-141 [4]	Самостійно опрацювати теоретичний матеріал.	2 бали	Самостійна робота до 14 тижня

	поля. Тензор напружень та деформацій в прямокутній декартовій, циліндричній і сферичній системі координат. Нормальні і дотичні компоненти тензора напружень. Лінійні і зсувні компоненти тензора деформацій.						
Тиж. 14	Змістовий контроль №1	Контрольна робота	Контрольна робота		Виконати завдання.	15 балів	До 15 тижня

12 Система оцінювання та вимоги

Види контролю: поточний, підсумковий.

Методи контролю: спостереження за навчальною діяльністю студентів, усне опитування, письмовий контроль, тестовий контроль. Форма підсумкового контролю: екзамен.

Контроль знань і умінь студентів (поточний і підсумковий) з дисципліни «Тензорний аналіз» здійснюється згідно з кредитною трансферно-накопичувальною системою організації навчального процесу. Рейтинг студента із засвоєння дисципліни визначається за 100 бальною шкалою. Він складається з рейтингу з навчальної роботи, для оцінювання якої призначається 50 балів, і рейтингу з атестації (екзамен) - 50 балів.

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90-100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
1-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням

Критерії оцінювання. Еквівалент оцінки в балах для кожної окремої теми може бути різний, загальну суму балів за тему визначено в навчально-методичній карті. Розподіл балів між видами занять (лекції, практичні заняття, самостійна робота) можливий шляхом спільного прийняття рішення викладача і студентів на першому занятті: оцінку «відмінно» (90-100 балів, А) заслуговує студент, який:

- всебічно, систематично і глибоко володіє навчально-програмовим матеріалом;
- вміє самостійно виконувати завдання, передбачені програмою, використовує набуті знання і вміння у нестандартних ситуаціях;
- засвоїв основну і ознайомлений з додатковою літературою, яка рекомендована програмою;
- засвоїв взаємозв'язок основних понять дисципліни та усвідомлює їх значення для професії, яку він набуває;
- вільно висловлює власні думки, самостійно оцінює різноманітні життєві явища і факти, виявляючи особистісну позицію;
- самостійно визначає окремі цілі власної навчальної діяльності, виявив творчі здібності і використовує їх при вивченні навчально-програмового матеріалу, проявив нахил до наукової роботи.

Оцінку "добре" (82-89 балів, В) - заслуговує студент, який:

- повністю опанував і вільно (самостійно) володіє навчально-програмовим матеріалом, в тому числі застосовує його на практиці, має системні знання достатньому обсязі відповідно до навчально-програмового матеріалу, аргументовано використовує їх у різних ситуаціях;
- має здатність до самостійного пошуку інформації, а також до аналізу, постановки і розв'язування проблем професійного спрямування;
- під час відповіді допустив деякі неточності, які самостійно виправляє, добирає переконливі аргументи на підтвердження вивченого матеріалу; оцінку «добре» (74-81 бал, С) заслуговує студент, який:

- в загальному роботу виконав, але відповідає на екзамені з певною кількістю помилок;
- вміє порівнювати, узагальнювати, систематизувати інформацію під керівництвом викладача, в цілому самостійно застосовувати на практиці, контролювати власну діяльність;
- опанував навчально-програмовий матеріал, успішно виконав завдання, передбачені програмою, засвоїв основну літературу, яка рекомендована програмою;

Оцінку "задовільно" (64-73 бали, D) - заслуговує студент, який:

- знає основний навчально-програмовий матеріал в обсязі, необхідному для подальшого навчання і використання його у майбутній професії;
- виконує завдання, але при рішенні допускає значну кількість помилок;
- ознайомлений з основною літературою, яка рекомендована програмою;
- допускає на заняттях чи екзамені помилки при виконанні завдань, але під керівництвом викладача знаходить шляхи їх усунення.

Оцінку "задовільно" (60-63 бали, E) - заслуговує студент, який:

- володіє основним навчально-програмовим матеріалом в обсязі, необхідному для подальшого навчання і використання його у майбутній професії, а виконання завдань задовольняє мінімальні критерії. Знання мають репродуктивний характер.

Оцінка "незадовільно" (35-59 балів, FX) - виставляється студенту, який:

- виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

Оцінку "незадовільно" (35 балів, F) - виставляється студенту, який:

- володіє навчальним матеріалом тільки на рівні елементарного розпізнавання і відтворення окремих фактів або не володіє зовсім;
- допускає грубі помилки при виконанні завдань, передбачених програмою;
- не може продовжувати навчання і не готовий до професійної діяльності після закінчення університету без повторного вивчення даної дисципліни.

Підсумкова (загальна оцінка) курсу навчальної дисципліни. Є сумою рейтингових оцінок (балів), одержаних за окремі оцінювані форми навчальної діяльності: поточне та підсумкове тестування рівня засвоєності теоретичного матеріалу під час аудиторних занять та самостійної роботи (модульний контроль); оцінка (бали) за виконання практичних індивідуальних завдань. Підсумкова оцінка виставляється після повного вивчення навчальної дисципліни, яка виводиться як сума проміжних оцінок за змістові модулі. Остаточна оцінка рівня знань складається з рейтингу з навчальної роботи, для оцінювання якої призначається 50 балів, і рейтингу з атестації (залік) - 50 балів.

Розподіл балів, які отримують студенти при вивченні дисципліни "Тензорний аналіз"

Поточне тестування та самостійна робота		
Змістовий контроль	Екзамен	Сума

T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	ЗК	50	100
5	5	5	5	5	5	5	15		

Примітка: T1, T2,...,T7 – тема програми, ЗК - підсумковий змістовий контроль

12 Рекомендована література

Основна

1. Акивис М.А. Гольдберг В.В. Тензорное исчисление. — Москва: Наука, 1969 — 352 с.
2. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. — Москва: Изд. МГУ, 1986 — 264 с.
3. Кочин Р.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. — Москва: Наука, 1965 — 427 с.
4. Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. — Х: Вища школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1986 — 216 с.
5. Кильчевский Н.А. Элементы тензорного исчисления и его приложения к механике. М.: Изд-во технико-теорет. лит-ры, 1954.- 162с.
6. Гребенюк С.М. Тензорний аналіз: навчальний посібник для студентів освітнього ступеня «бакалавр» напряму підготовки «Математика» / С.М. Гребенюк, Ю.М. Стреляєв, М.І. Клименко. – Запоріжжя: ЗНУ, 2015. – 90 с.
7. Разумова, М. А. Р17 Основы векторного і тензорного аналізу: навчальний посібник / М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. – 216 с.
8. Нікулін О. В. Основы векторного та тензорного числення: теоретичні відомості та тести / Нікулін О. В., Наконечна Т.В. Дніпропетровськ: Біла К. О., 2011р., стор. 72, рис. 17
9. Лиман Ф.М. Основы векторного та тензорного аналізу: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. – Суми: СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2005. – 84 с.

Допоміжна

1. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ. — Москва: ФМЛ, 1963 — С. 411.
2. Сокольников И. С. Тензорный анализ. — М.: Наука, 1971. — 374 с.
3. [Схоутен Я. А.](#) Тензорный анализ для физиков. — М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука", 1965. — 456 с.
4. Кованцов Н.И., Зражевская Г.М., Кочаровский В.Г., Михайловский В.И. Дифференциальная геометрия, топология,

тензорный анализ.Сборник задач. Киев: “Выща школа”, 1989.

5. Гун Г.Я. Лекции по механике сплошных сред. Ч.1. М.: МЧСиС, 1971. - 124с.

6. Гонденблат И.И. Нелинейные проблемы теории упругости. М.: “Наука”, 1969. – 336с.

Інформаційні ресурси

35. <https://mtu.gov.ua/>

36. <https://www.mathcad.com/>

37. <http://statsoft.ru/resources/support/new-features-statistica-13.php#s1>

38. <https://excel-load.com/>

39. <http://moodle.kntu.kr.ua/course/view.php?id=666>